



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

**NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT**

GRAAD 12

JUNIE 2021

**WISKUNDE V2
(EKSEMPLAAR)**

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

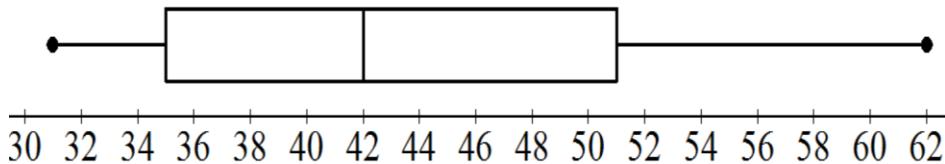
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat jy die vrae beantwoord.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die ANTWOORDEBOEK wat voorsien is.
3. Toon duidelik ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
4. Vir antwoorde alleen, sal NIE noodwendig volpunte toegeken word NIE.
5. Jy mag 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld word.
6. Indien nodig, rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal getekend NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die mond-en-snor diagram hieronder stel sokkerklubs se posisies vanaf 1 tot 14 voor, nadat hulle 'n gelyke aantal wedstryde gespeel het.



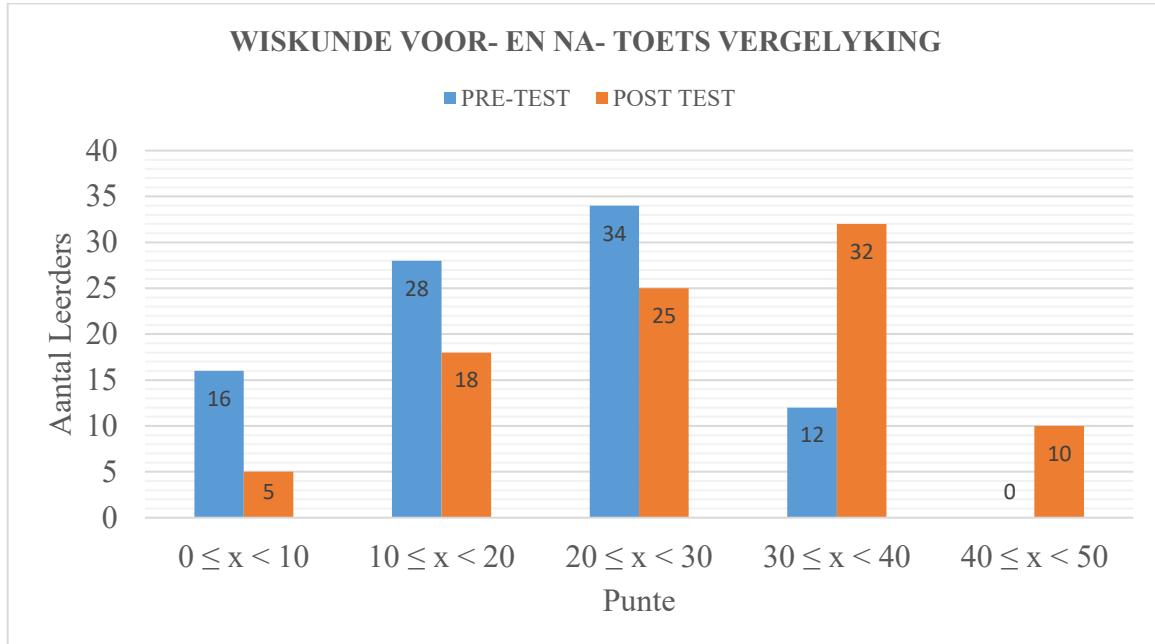
Die volgende tabel is gedeeltelik voltooi, vanaf bo (posisie 1) tot onder (posisie 14):

Posisie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Punte	a	59	58	b	49	45	c	42	37	36	d	32	32	e

- 1.1 Skryf die waardes van a , b , c , d en e neer. (5)
- 1.2 Lewer kommentaar op die skeefheid van die data. (1)
- 1.3 Een kommentator sê dat die boonste vier spanne elkeen ten minste 50 punte gehad het. Stem jy saam met die kommentator of nie? Staan jou antwoord. (2)
[8]

VRAAG 2

In Skool het 'n naweekkamp vir 90 graad 12-leerders, wat Wiskunde doen, gereël. Leerders het 'n Voor-toets (toets voordat klasse begin het) en 'n Na-toets (toets nadat klasse voltooi is) uit 50 punte elk geskryf. Hieronder is die grafiek wat die data voorstel.



- 2.1 Gebruik die grafiek om vas te stel of die kamp 'n positiewe impak (beter prestasie) gehad het of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)
- 2.2 Skryf die modale-klas van die voor-toets neer. (1)
- 2.3 Is die gemiddelde punt van die voor-toets groter, kleiner of dieselfde as die na-Toets? (1)
- 2.4 Voltooи die frekwensie en die kumulatiewe frekwensie tabelle in die ANTWOORDEBOEK.

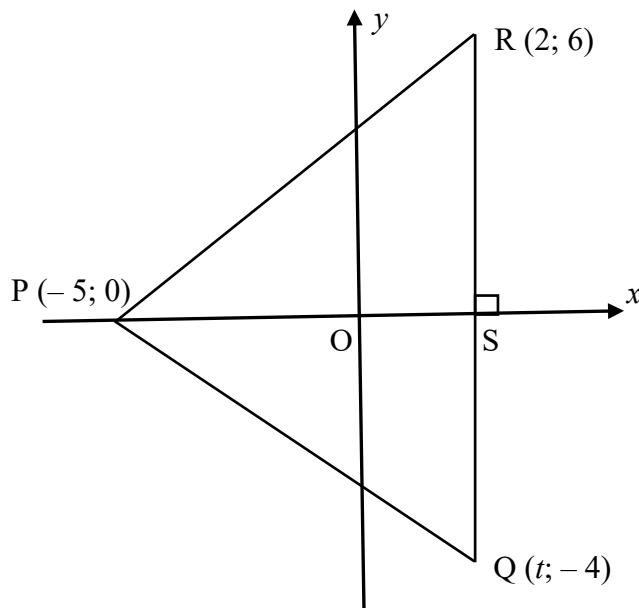
Punte	Frekwensie		Kumulatiewe frekwensie	
	Voor-toets	Na-toets	Voor-toets	Na-toets
$0 \leq x < 10$				
$10 \leq x < 20$				
$20 \leq x < 30$				
$30 \leq x < 40$				
$40 \leq x < 50$				

(4)

- 2.5 Teken die kumulatiewe frekwensie grafieke (ogiewe) deur die rooster te gebruik wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is. (3)
 - 2.6 Die onderwyser het 'n doelwit gestel dat, in vergelyking met die Voor-toets, 50% meer leerders 60% of meer in die Na-toets sal behaal. Bepaal, met die nodige berekening of verduideliking, of die onderwyser die doelwit behaal het of nie. (3)
- [14]

VRAAG 3

$\triangle RPQ$ met hoekpunte, $R(2; 6)$, $P(-5; 0)$ en $Q(t; -4)$ is hieronder gegee. RQ is loodreg op die x -as en sny die x -as by S . O is die oorsprong.

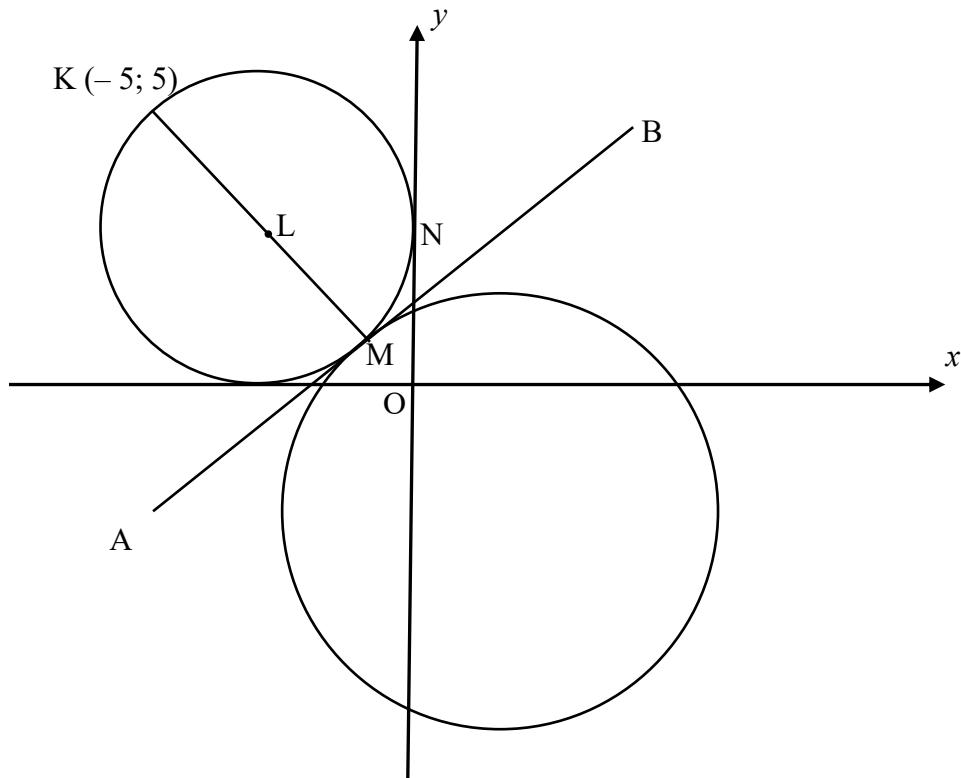


- 3.1 Skryf die waarde van t neer. (1)
- 3.2 Bepaal:
 - 3.2.1 die lengte van PR . Laat jou antwoord in eenvoudigste wortelvorm. (2)
 - 3.2.2 die gradiënt van PR . (2)
- 3.3 Bepaal die grootte van $\hat{P}RQ$. (5)
- 3.4 Bepaal of $\triangle QPR$ reghoekig by P is of nie. (4)
- 3.5 Bepaal die vergelyking van die lyn wat parallel met PQ is en deur die oorsprong gaan. (3)
- 3.6 Bepaal die waarde van $\frac{\text{Oppervlakte van } \triangle ASPR}{\text{Oppervlakte van } \triangle PRQ}$ (5)
[22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder het 'n kleiner sirkel, met middellyn KM wat deur middelpunt L gaan, 'n raaklyn by M en 'n y-afsnit by N. Die vergelyking van die kleiner sirkel is $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$.

Die groter sirkel gaan deur M. Die oorsprong, O en K $(-5; 5)$ is gegee.



4.1 Bepaal:

4.1.1 die koördinate van L en die lengte van die radius van die kleiner sirkel (4)

4.1.2 die koördinate van M (3)

4.1.3 die vergelyking van raaklyn AMB in die vorm $y = \dots$ (4)

4.1.4 die koördinate van N (2)

4.2 As die koördinate van die middelpunt van die groter sirkel die gevolg is daarvan dat die koördinate van L, 5 eenhede na regs en 7 eenhede afwaarts skuif.

4.2.1 Skryf die koördinate van die middelpunt van die nuwe sirkel neer. (2)

4.2.2 Bepaal of die middellyn van die groter sirkel vanaf 'n gemeenskaplike kontakpunt, M, deur die oorsprong gaan of nie. (4)

[19]

VRAAG 5

5.1 Gegee dat $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ en $\tan \beta = -\frac{3}{4}$ waar $\alpha, \beta \in [90^\circ; 270^\circ]$, bereken, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

5.1.1 $\sin(\alpha + \beta)$ (5)

5.1.2 $\cos 2\beta$ (3)

5.1.3 $\tan(-\alpha - 180^\circ)$ (2)

5.2 Beskou die identiteit: $\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\sin \theta}$

5.2.1 Vir watter waarde(s) van θ , vir $\theta \in [0^\circ; 360^\circ]$ is die identiteit ongedefinieerd? (2)

5.2.2 Bewys die identiteit. (4)

5.3 As $\tan x = 3k$ en $\tan y = 2k$,

bepaal $\frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y}$ in terme van k (4)
[20]

VRAAG 6

Gegee die funksies:

$$f(x) = \cos(x - 60^\circ) \text{ en } g(x) = \sin 3x \text{ vir } x \in [-90^\circ; 180^\circ]$$

6.1 Skryf neer:

6.1.1 die amplitude van f (1)

6.1.2 die periode van g (1)

6.2 Bepaal die waardes van x waarvoor $f(x) = g(x)$ vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ (6)

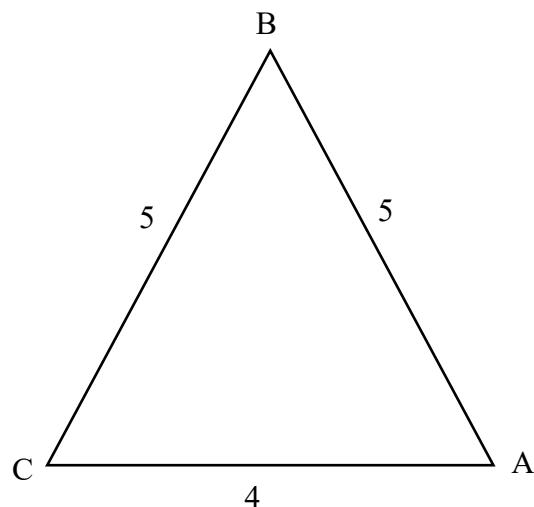
6.3 Op dieselfde assestelsel, skets die grafieke van f en g vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK. Toon ALLE afsnitte met die asse sowel as die draaipunte en eindpunte. (5)

6.4 Vir watter waarde(s) van x is $\frac{g(x)}{f(x)}$ ongedefinieerd vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]?$ (1)

6.5 Skryf die vergelyking van $h(x)$ neer, as $h(x)$ die gevolg is deur $f(x)$, 15° na links te skuif. (1)
[15]

VRAAG 7

Die diagram hieronder toon ΔABC met sy lengtes 5, 5 en 4 eenhede.



Bepaal die numeriese waarde van $\cos A - \cos B$

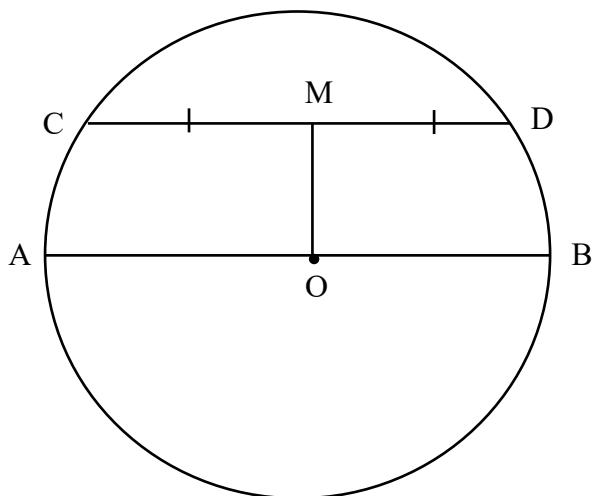
(5)

[5]

Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9, 10 en 11.

VRAAG 8

In die diagram hieronder is O die middelpunt van die sirkel A, B, C en D.
M is die middelpunt van koord CD. Lyn OM is getrek. AB is die middellyn.
 $AB = 22 \text{ cm}$ en $OM = 7 \text{ cm}$.



Bepaal, met redes, die lengte van CD.

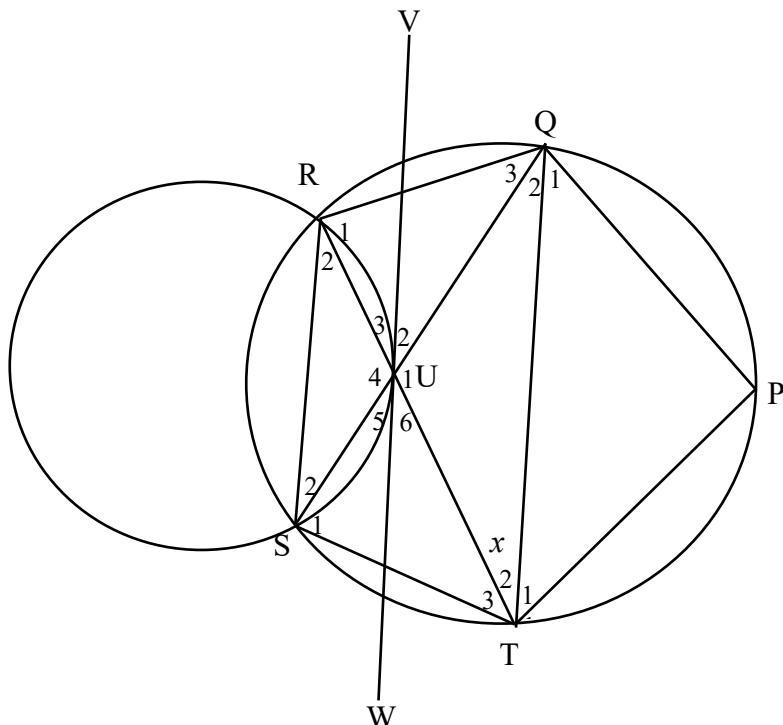
(5)

[5]

VRAAG 9

In die diagram hieronder sny 'n groter sirkel PQRST 'n kleiner sirkel by R en S. VW is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by U. SUQ en TUR is reguitlyne.

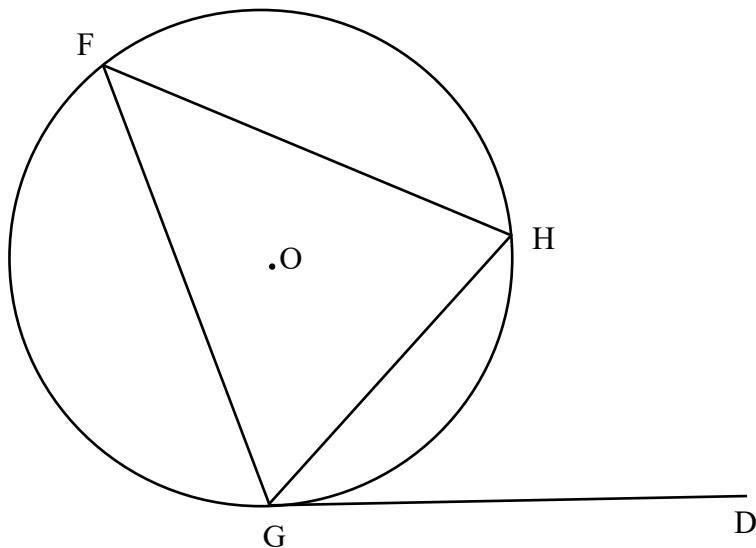
Koorde RQ, QP, PT, QT, TS en SR is ook getrek. $\hat{RQT} = x$.



- 9.1 Bewys, met redes, dat $\Delta RUS \parallel \Delta QUT$. (3)
 - 9.2 Bepaal, met redes, DRIE ander hoeke wat elk gelyk is aan x (4)
 - 9.3 As $\hat{RQT} = 90 - x$, bepaal:
 - 9.3.1 of QT 'n middellyn is of nie. (4)
 - 9.3.2 \hat{P} (2)
 - 9.4 As dit verder gegee word dat $UQ = UT$, toon dat:
 - 9.4.1 $RS \parallel QT$ (2)
 - 9.4.2 VW ook 'n raaklyn is aan die sirkel, wat deur QUT gaan, by U. (2)
- [17]

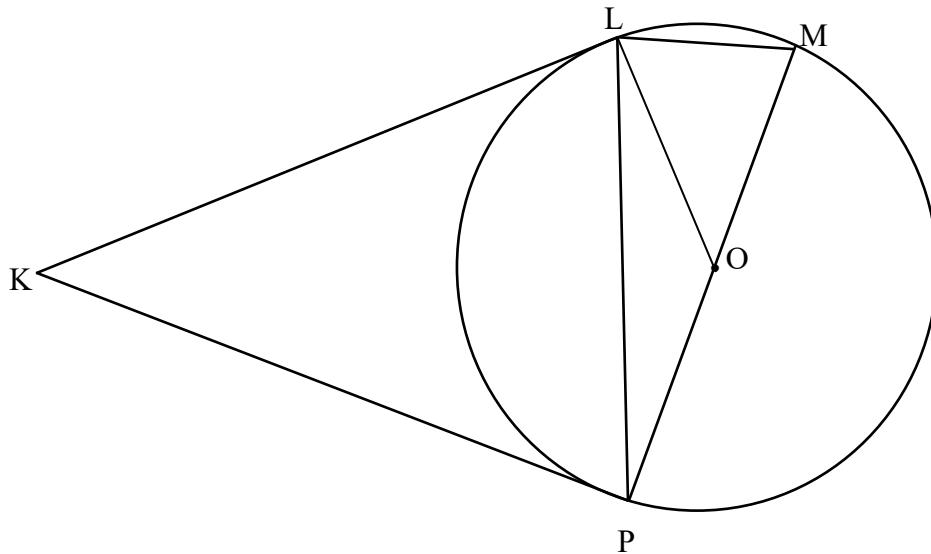
VRAAG 10

- 10.1 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel FGH met DG 'n raaklyn by G.



Bewys die stelling wat meld dat $\hat{DGH} = \hat{F}$ (5)

- 10.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel LMP met raaklyne KL en KP by L en P onderskeidelik. $\hat{OLM} = 67^\circ$



10.2.1 Watter tipe vierhoek is KLOP ? (1)

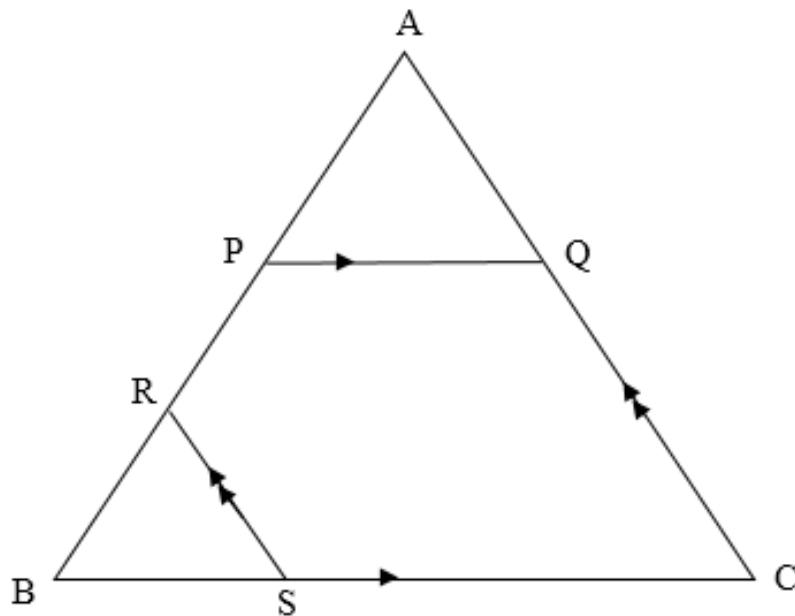
10.2.2 Gee, met redes, 3 hoeke wat elk gelyk is aan 90° . (5)

10.2.3 Bewys, meld redes, dat KLOP 'n koordevierhoek is. (2)

10.2.4 Bepaal, vervolgens, \hat{K} . (5)
[18]

VRAAG 11

In die diagram hieronder is $\triangle ABC$ geteken met $PQ \parallel BC$ en $RS \parallel AC$.
 $AQ : QC = 3 : 5$ en $BR : RA = 1 : 3$



Bewys dat $AP = PR$.

(7)

[7]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni)$$

$$A = P(1-ni)$$

$$A = P(1-i)^n$$

$$A = P(1+i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}; -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \tan \theta$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In ΔABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$area \Delta ABC = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$



Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

LEARNER'S NAME: <i>LEERDERNAAM:</i>	
---	--

GRADE 12 <i>GRAAD 12</i>	
-----------------------------	--

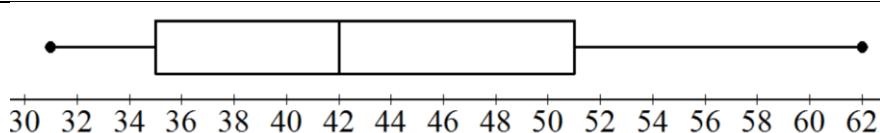
**NATIONAL/NASIONALE
SENIOR
CERTIFICATE/SERTIFIKAAT**

GRADE 12/GRAAD 12

**MATHEMATICS P2/WISKUNDE V2
SPECIAL ANSWER BOOK/SPESIALE ANTWOORDEBOEK**

Marker/Merker			Moderator's Initials / Moderator se paraaf											
Question <i>Vraag</i>	Mark <i>Punt</i>	Initial <i>Parafeer</i>	Marks <i>Punte</i>		S <i>M</i>	Marks <i>Punte</i>		D <i>M</i>	Marks <i>Punte</i>		P <i>M</i>	Marks <i>Punte</i>		NM
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
TOTAL <i>TOTAAL</i>														

This special answer book consists of 21 pages.
Hierdie spesiale antwoordeboek bestaan uit 21 bladsye.

QUESTION 1/VRAAG 1

1.1

(5)

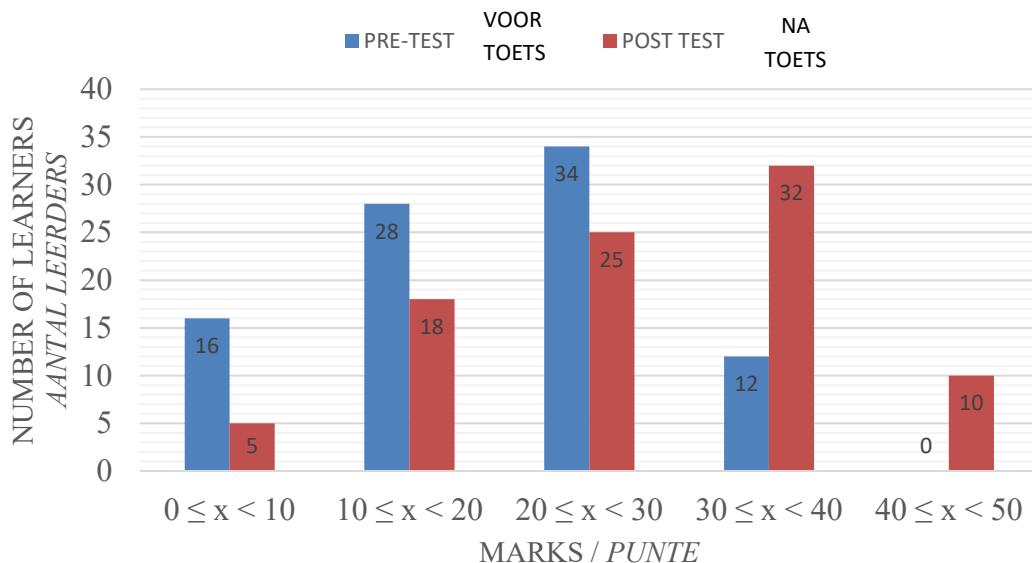
1.2

(1)

1.3

(2)

[8]

QUESTION 2/VRAAG 2
MATHEMATICS PRE AND POST TEST COMPARISON
WISKUNDE VOOR EN NA TOETS VERGELYKING


2.1

(2)

2.2

(1)

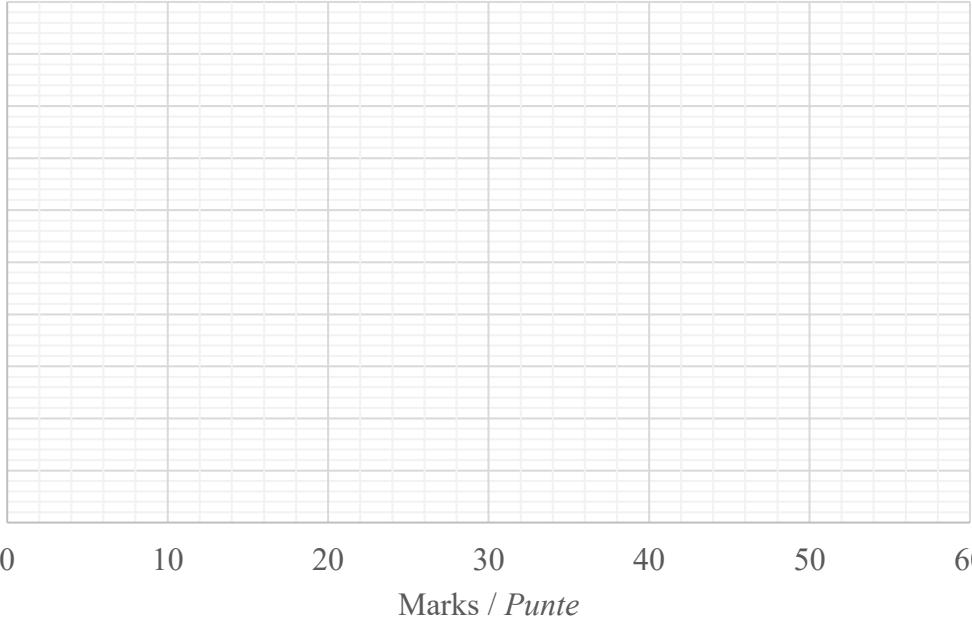
2.3

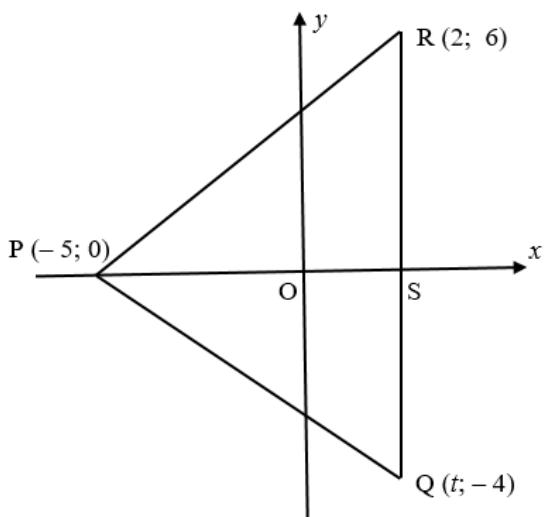
(1)

2.4

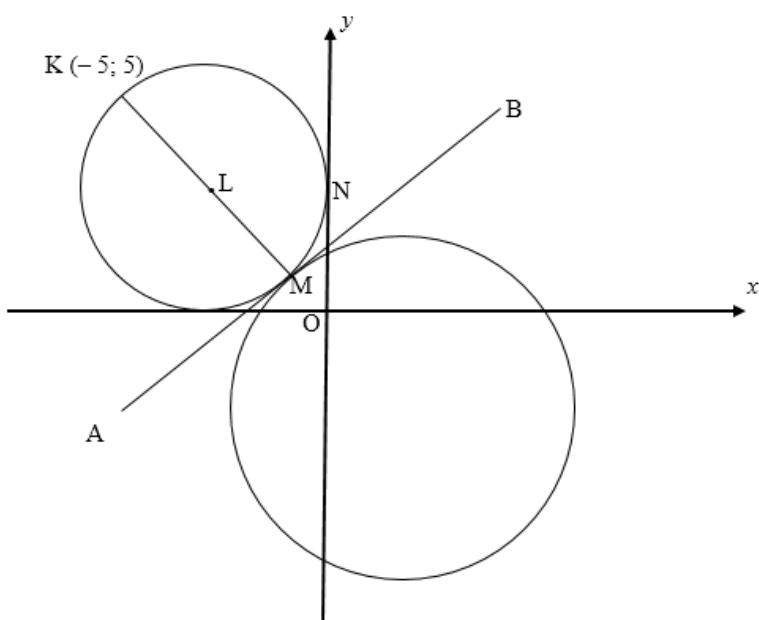
Marks Punte	Frequency / Frekwensie		Cumulative Frequency Kumulatiewe Frekwensie	
	Pre-Test / Voor Toets	Post Test Na Toets	Pre-Test Voor Toets	Post Test Na Toets
0 ≤ x < 10				
10 ≤ x < 20				
20 ≤ x < 30				
30 ≤ x < 40				
40 ≤ x < 50				

(4)

2.5		
<p>Ogives for Pre and Post Tests <i>Ogiewe vir Voor- en Na-Toetse</i></p> 		
2.6		(3) [14]

QUESTION 3/VRAAG 3

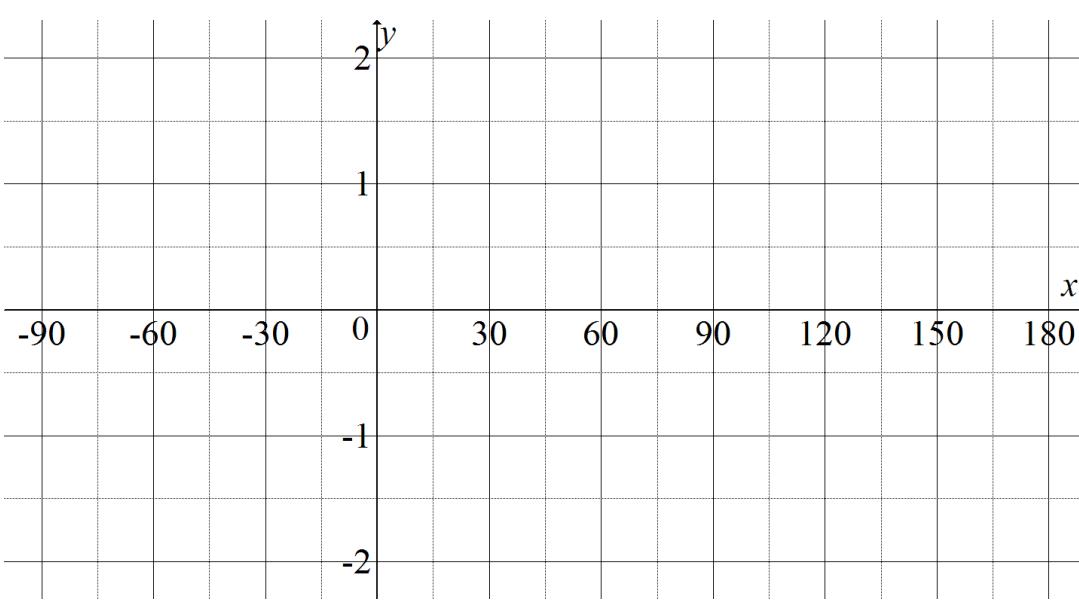
3.1		(1)
3.2.1		(2)
3.2.2		(2)
3.3		(5)

QUESTION 4/VRAAG 4

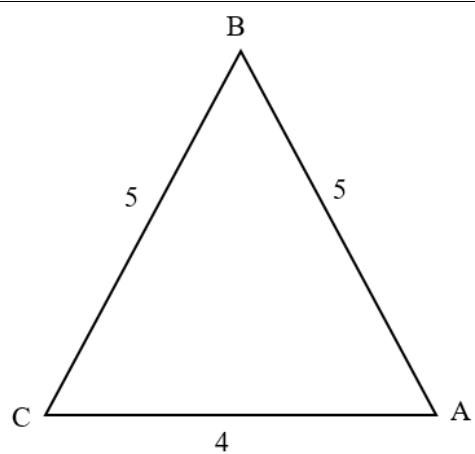
4.1.1		(4)
4.1.2		(3)
4.1.3		(4)

QUESTION 5/VRAAG 5		
5.1.1		
		(5)
5.1.2		
		(3)
5.1.3		
		(2)
5.2.1		
		(2)

5.2.2			(4)
5.3			(4)
			[20]

QUESTION 6/VRAAG 6		
6.1.1		(1)
6.1.2		(1)
6.2		(6)
6.3		(5)

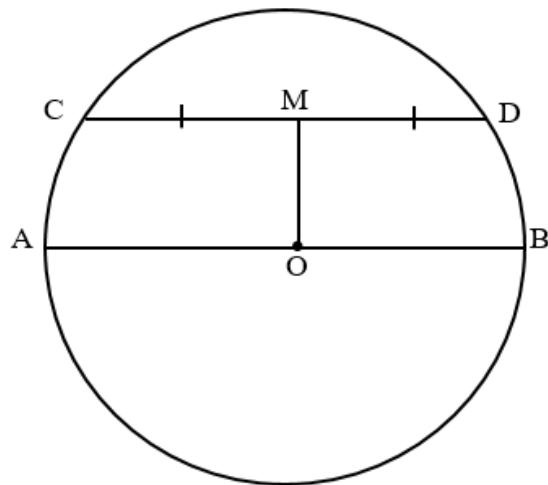
6.4						(1)
6.5						(1)
						[15]

QUESTION 7/VRAAG 7

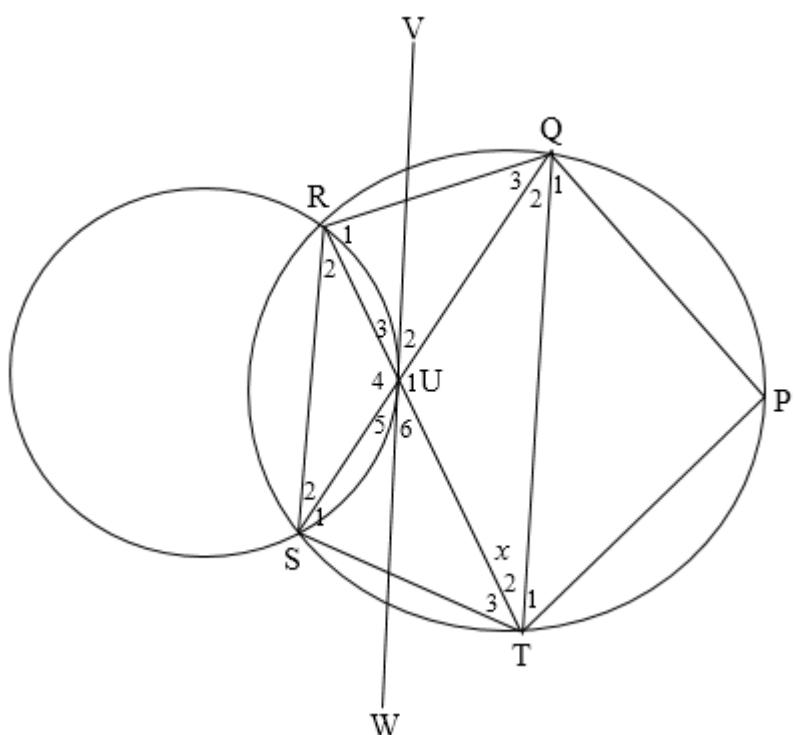
7

(5)

[5]

QUESTION 8/VRAAG 8

		(5)
		[5]

QUESTION 9/VRAAG 9

9.1

(3)

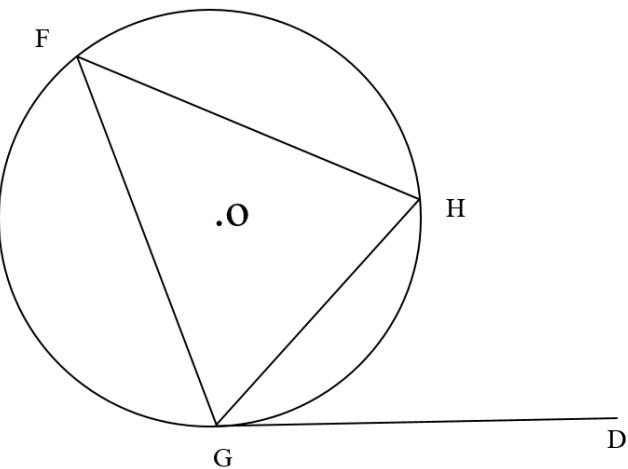
9.2

(4)

9.3.1		
		(4)
9.3.2		
		(2)
9.4.1		
		(2)
9.4.2		
		(2)
		[17]

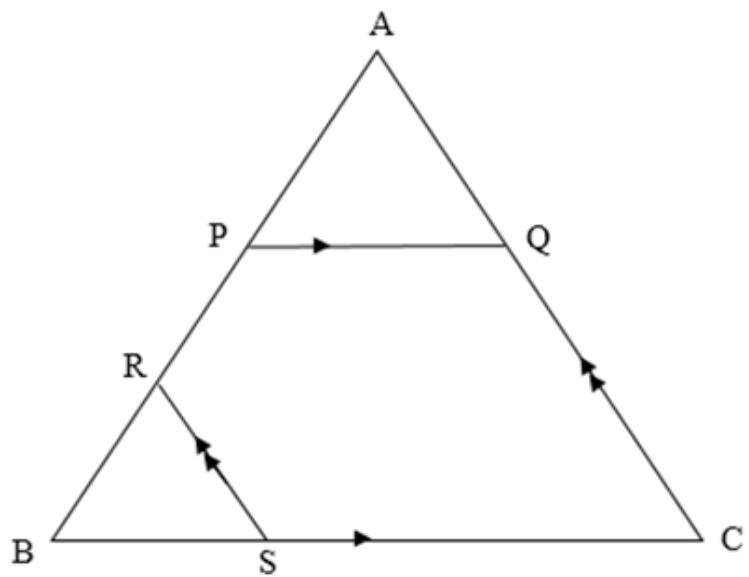
QUESTION 10/VRAAG 10

10.1



(5)

10.2		
10.2.1		(1)
10.2.2		(5)
10.2.3		(2)
10.2.4		(5)
		[18]

QUESTION 11/VRAAG 11

(7)

[7]

TOTAL/TOTAAL: 150



**NATIONAL
SENIOR CERTIFICATE
*NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT***

GRADE/GRAAD 12

JUNE/JUNIE 2021

**MATHEMATICS P2/WISKUNDE V2
MARKING GUIDELINE/NASIENRIGLYN
(EXEMPLAR/EKSEMPLAAR)**

MARKS/PUNTE: 150

This marking guideline consists of 17 pages.
Hierdie nasienriglyn bestaan uit 17 bladsye.

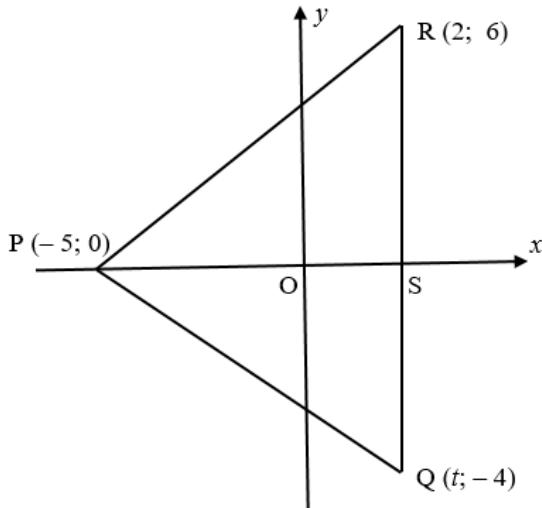
QUESTION 1/VRAAG 1

1.1	$a = 62$ $b = 51$ $c = 42$ $d = 35$ $e = 31$	✓ value of a / waarde van a ✓ value of b / waarde van b ✓ value of c / waarde van c ✓ value of d / waarde van d ✓ value of e / waarde van e (5)
1.2	Skewed to the right / Skeef na regs OR/OF Positively skewed / Positief skeef	✓ answer / antwoord (1)
1.3	Yes / Ja $Q_3 = 51$ and the upper 25% is from Q_3 above. $Q_3 = 51$ en die boonste 25% is vanaf Q_3 en op.	✓ Yes / Ja ✓ Reason / Rede (2)
		[8]

QUESTION 2/VRAAG 2

2.1	Positive impact / Positiewe impak The number of learners obtaining lower marks decreased while those obtaining higher marks increased in the Post Test. <i>Die aantal leerders wat laer punte behaal het, het verminder terwyl die wat hoër punte behaal het in die na-toets vermeerder het.</i>	✓ Positive impact <i>Positiewe impak</i> ✓ Reason / Rede (2)																																	
2.2	$20 < x \leq 30$	✓ answer / antwoord (1)																																	
2.3	Less / Minder	✓ answer / antwoord (1)																																	
2.4																																			
<table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Marks <i>Punte</i></th> <th colspan="2">Frequency <i>Frekwensie</i></th> <th colspan="2">Cumulative Frequency <i>Kumulatiewe Frekwensie</i></th> </tr> <tr> <th>Pre-Test <i>Voor Toets</i></th> <th>Post Test <i>Na Toets</i></th> <th>Pre-Test <i>Voor Toets</i></th> <th>Post Test <i>Na Toets</i></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0 \leq x < 10$</td><td>16</td><td>5</td><td>16</td><td>5</td></tr> <tr> <td>$10 \leq x < 20$</td><td>28</td><td>18</td><td>44</td><td>23</td></tr> <tr> <td>$20 \leq x < 30$</td><td>34</td><td>25</td><td>78</td><td>48</td></tr> <tr> <td>$30 \leq x < 40$</td><td>12</td><td>32</td><td>90</td><td>80</td></tr> <tr> <td>$40 \leq x < 50$</td><td>0</td><td>10</td><td>90</td><td>90</td></tr> </tbody> </table>	Marks <i>Punte</i>	Frequency <i>Frekwensie</i>		Cumulative Frequency <i>Kumulatiewe Frekwensie</i>		Pre-Test <i>Voor Toets</i>	Post Test <i>Na Toets</i>	Pre-Test <i>Voor Toets</i>	Post Test <i>Na Toets</i>	$0 \leq x < 10$	16	5	16	5	$10 \leq x < 20$	28	18	44	23	$20 \leq x < 30$	34	25	78	48	$30 \leq x < 40$	12	32	90	80	$40 \leq x < 50$	0	10	90	90	Frequency / <i>Frekwensie</i> ✓ Pre-Test / <i>Voor Toets</i> ✓ Post Test / <i>Na Toets</i> Cumulative Frequency <i>Kumulatiewe Frekwensie</i> ✓ Pre-Test / <i>Voor Toets</i> ✓ Post Test / <i>Na Toets</i> (4)
Marks <i>Punte</i>		Frequency <i>Frekwensie</i>		Cumulative Frequency <i>Kumulatiewe Frekwensie</i>																															
	Pre-Test <i>Voor Toets</i>	Post Test <i>Na Toets</i>	Pre-Test <i>Voor Toets</i>	Post Test <i>Na Toets</i>																															
$0 \leq x < 10$	16	5	16	5																															
$10 \leq x < 20$	28	18	44	23																															
$20 \leq x < 30$	34	25	78	48																															
$30 \leq x < 40$	12	32	90	80																															
$40 \leq x < 50$	0	10	90	90																															
2.5	<p style="text-align: center;">Ogives for Pre and Post Tests <i>Ogiewe vir Voor en Na Toetse</i></p> <table border="1"> <caption>Data points for the Ogive graph</caption> <thead> <tr> <th>Marks / Punte</th> <th>Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Pre-test)</th> <th>Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Post-test)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>16</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>20</td> <td>44</td> <td>23</td> </tr> <tr> <td>30</td> <td>78</td> <td>48</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>90</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>50</td> <td>90</td> <td>90</td> </tr> </tbody> </table>	Marks / Punte	Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Pre-test)	Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Post-test)	0	0	0	10	16	5	20	44	23	30	78	48	40	90	80	50	90	90	✓ grounding / anker ✓ upper limits used <i>boonste limiete</i> ✓ shape / vorm												
Marks / Punte	Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Pre-test)	Cumulative Frequency / Kumulatiewe Frekwensie (Post-test)																																	
0	0	0																																	
10	16	5																																	
20	44	23																																	
30	78	48																																	
40	90	80																																	
50	90	90																																	
2.6	Pre: $90 - 78 = 12$ learners obtained 60% and more Post: $90 - 48 = 42$ learners obtained 60% and more Therefore, the teacher achieved the target. <i>Voor - toets: 90 - 78 = 12 leerders het 60% en meer behaal</i> <i>Na - toets: 90 - 48 = 42 leerders het 60% en meer behaal</i> <i>Daarom het die onderwyser die doelwit behaal</i>	✓ 12 ✓ 42 ✓ conclusion <i>gevolgtrekking</i> (3)																																	
		[14]																																	

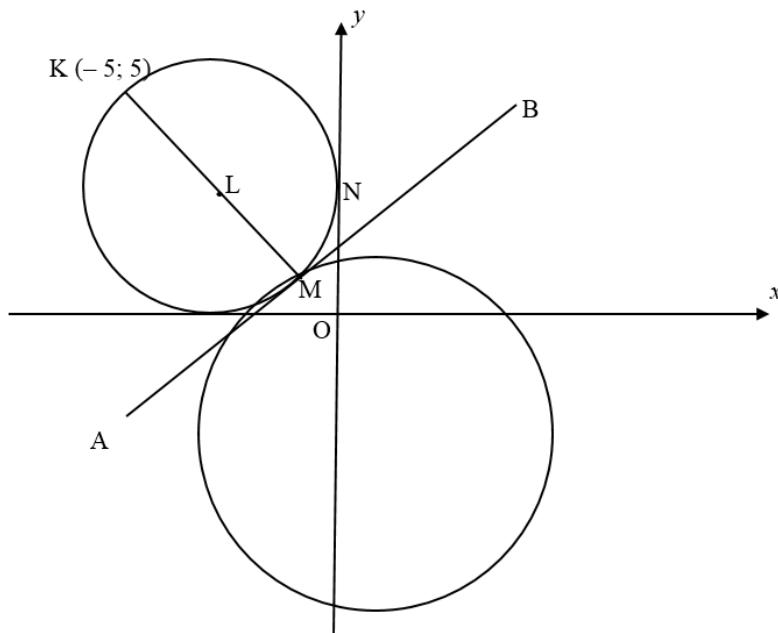
QUESTION 3/VRAAG 3



3.1	$t = 2$	✓ value of t / waarde van t (1)
3.2.1	$\begin{aligned} PR &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(-5 - 2)^2 + (0 - 6)^2} \\ &= \sqrt{85} \end{aligned}$	✓ substitution / vervanging ✓ answer / antwoord (2)
3.2.2	$\begin{aligned} m_{PR} &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 6}{-5 - 2} \\ &= \frac{6}{7} \end{aligned}$	✓ substitution / vervanging ✓ gradient of PR / gradiënt van PR (2)
3.3	$\tan \hat{RPS} = \frac{6}{7}$ $\hat{RPS} = 40,6^\circ$ $40,6^\circ + \hat{PRQ} = 90^\circ$ (ext. \angle of Δ / buite \angle van Δ) $\therefore \hat{PRQ} = 49,4^\circ$	✓ $\tan \theta = \frac{6}{7}$ ✓ value of / waarde van \hat{PRQ} ✓ method / metode ✓ reason / rede ✓ value of / waarde van \hat{RPS} (5)
3.4	$m_{PR} = \frac{6}{7}$ $m_{PQ} = \frac{-4 - 0}{2 - (-5)} = \frac{-4}{7}$ $m_{PR} \times m_{PQ} = \frac{6}{7} \left(-\frac{4}{7} \right) = -\frac{24}{49} \neq -1$ $\therefore \Delta PRQ$ is not right angled at R ΔPRQ is nie reghoekig by R nie	✓ substitution / vervanging ✓ gradient of PR / gradiënt van PR ✓ method / metode ✓ conclusion / gevolgtrekking
	OR / OF	OR / OF

	$\begin{aligned}PQ &= \sqrt{(-5 - 2)^2 + (0 - (-4))^2} \\&= \sqrt{65} \\RQ^2 &= 100 \\PR^2 &= 85 \\PQ^2 &= 65 \\∴ RQ^2 &\neq PR^2 + PQ^2 \\∴ \triangle PQR &\text{ is not right angled at } P \\△ PRQ &\text{ is nie reghoekig by } R \text{ nie}\end{aligned}$	<ul style="list-style-type: none"> ✓ substitution / vervanging ✓ squares / vierkante ✓ $RQ^2 \neq RP^2 + PQ^2$ ✓ conclusion / gevolgtrekking
3.5	$\begin{aligned}m_{\text{newline}} &= m_{PQ} = -\frac{4}{7} \\y - 0 &= -\frac{4}{7}(x - 0) \\\therefore y &= -\frac{4}{7}x\end{aligned}$	<ul style="list-style-type: none"> ✓ gradient of new line gradiënt van nuwe lyn ✓ substitution / vervanging ✓ equation / vergelyking
3.6	$\begin{aligned}SP &= 7 \text{ units / eenhede} \\SR &= 6 \text{ units / eenhede} \\RQ &= 10 \text{ units / eenhede} \\ \\&\text{Area of } \triangle SPR / \text{Oppervlakte van } \triangle SPR \\&= \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \\&= 21 \text{ units}^2 / \text{eenhede}^2 \\ \\&\text{Area of } \triangle RPQ / \text{Oppervlakte van } \triangle RPQ \\&= \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \\&= 35 \text{ units}^2 / \text{eenhede}^2 \\ \\&\frac{\text{Area of } \triangle SPR}{\text{Area of } \triangle PRQ} / \frac{\text{Oppervlakte van } \triangle SPR}{\text{Oppervlakte van } \triangle PRQ} \\&= \frac{21}{35} \\&= \frac{3}{5}\end{aligned}$	<ul style="list-style-type: none"> ✓ length of SP / lengte van SP ✓ length of RQ / lengte van RQ ✓ Area of / Oppervlakte van $\triangle SPR$ ✓ Area of / Oppervlakte van $\triangle RPQ$ ✓ answer/antwoord
		[22]

QUESTION 4/VRAAG 4



4.1.1	$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 9 = 0$ $x^2 + 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 = -9 + 9 + 9$ $\therefore (x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ $L(-3; 1) \text{ and } r=3 \text{ units/eenhede}$	✓ method / metode ✓ $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ ✓ coordinates of L koördinate van L ✓ value of r / waarde van r (4)
4.1.2	$-3 = \frac{-5+x_M}{2} \quad 3 = \frac{5+y_M}{2}$ $x_M = -1 \quad y_M = 1$ $\therefore M(-1; 1)$	✓ method / metode ✓ value of x / waarde van x ✓ value of y / waarde van y (3)
4.1.3	$m_{KL} = \frac{5-1}{-5+1} = -1 \quad OR \quad m_{LM} = \frac{3-1}{-3+1} = -1$ $m_{\text{tangent}} = 1$ $y - 1 = 1(x - (-1))$ $\therefore y = x + 2$	✓ m_{LM} OR m_{KM} ✓ m_{tangent} ✓ substitution / vervanging ✓ equation / vergelyking (4)
4.1.4	$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ $(0+3)^2 + (y-3)^2 = 9$ $(y-3)^2 = 0$ $y = 3$ $N(0; 3)$	✓ value of x / waarde van x ✓ value of y / waarde van y (2)

4.2.1	$L(-3; 3)$ $L'(2; -4)$	✓ value of x / waarde van x ✓ value of y / waarde van y (2)
4.2.2	$m_{ML'} = \frac{-4-1}{2+1} = -\frac{5}{3}$ $y - (1) = -\frac{5}{3}(x+1)$ $\therefore y = -\frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$ Not passing through the origin <i>Gaan nie deur die oorsprong nie</i>	✓ $m_{ML'}$ ✓ substitution / vervanging ✓ equation / vergelyking ✓ conclusion / gevolgtrekking (4)
		[19]

QUESTION/VRAAG 5

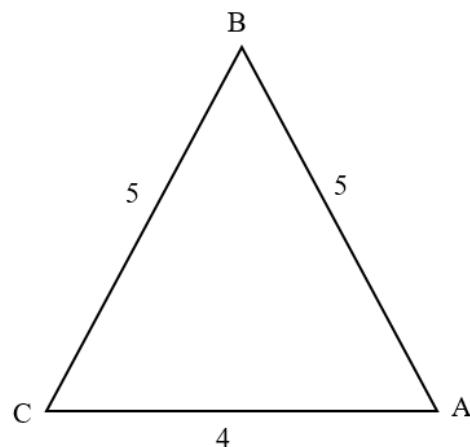
5.1.1	$\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ and/en $\tan \beta = -\frac{3}{4}$ $x = -12$ $r = 5$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $= \left(\frac{-5}{13}\right)\left(\frac{-4}{5}\right) + \left(\frac{-12}{13}\right)\left(\frac{3}{5}\right)$ $= -\frac{16}{65}$	✓ value of x / waarde van x ✓ value of r / waarde van r ✓ expansion / uitbreiding ✓ substitution / vervanging ✓ answer / antwoord
(5)		
5.1.2	$\cos 2\beta = 1 - 2\sin^2 \beta$ $= 1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2$ $= \frac{7}{25}$	✓ expansion / uitbreiding ✓ substitution / vervanging ✓ answer / antwoord
(3)		
5.1.3	$\tan(-\alpha - 180^\circ) = -\tan(180^\circ + \alpha)$ $= -\tan \alpha$ $= -\left(\frac{-5}{-12}\right) = -\frac{5}{12}$	✓ reduction / reduksie ✓ substitution / vervanging
(2)		
5.2.1	$1 - \cos \theta = 0$ or $\sin \theta = 0$ $\cos \theta = 1$ or $\sin \theta = 0$ $\therefore \theta = 180.k \quad (k \in \mathbb{Z})$ OR / OF $\theta = 360^\circ.k \quad \text{or} \quad \theta = 180^\circ + 360^\circ.k \quad (k \in \mathbb{Z})$	✓ method / metode ✓ answer / antwoord
(2)		
5.2.2	$LHS/LK = \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$ $= \frac{\sin^2 \theta - \cos(1 - \cos \theta)}{\sin \theta(1 - \cos \theta)}$ $= \frac{\sin^2 \theta - \cos + \cos^2 \theta}{\sin \theta(1 - \cos \theta)}$ $= \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta(1 - \cos \theta)}$ $= \frac{1}{\sin \theta}$ $= RHS/RK$	✓ common denominator gemene noemer ✓ simplification / vereenvoudiging ✓ identity / identiteit ✓ simplification / vereenvoudiging
(4)		

5.3	$ \begin{aligned} \text{LHS/LK} &= \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y} \\ &= \frac{\sin x \cos y - \cos x \sin y}{\cos x \cdot \cos y} \\ &= \frac{\sin x \cos y}{\cos x \cdot \cos y} - \frac{\cos x \sin y}{\cos x \cdot \cos y} \\ &= \tan x - \tan y \\ &= 3k - 2k \\ &= k \end{aligned} $	<ul style="list-style-type: none"> ✓ identity / identiteit ✓ method / metode ✓ simplification / vereenvoudiging ✓ substitution / vervanging 	(4)
[20]			

QUESTION 6/VRAAG 6

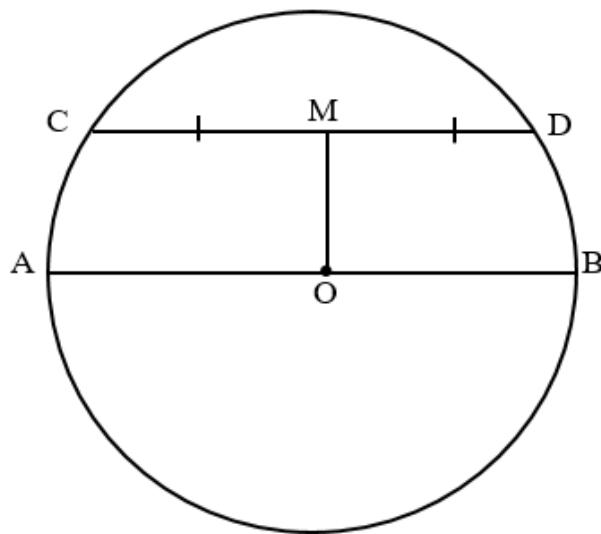
6.1.1	1	✓ 1 (1)
6.1.2	120°	✓ 120° (1)
6.2	$f(x)=g(x)$ $\cos(x-60^\circ)=\sin 3x$ $\cos(x-60^\circ)=\cos(90^\circ-3x)$ $\pm(x-60^\circ)=90^\circ-3x+k \cdot 360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$ $x-60^\circ=90^\circ-3x+k \cdot 360^\circ \text{ or } / \text{ of } -x+60^\circ=90^\circ-3x+k \cdot 360^\circ$ $4x=150^\circ+k \cdot 360^\circ \text{ or } / \text{ of } 2x=30^\circ+k \cdot 360^\circ$ $x=37,5^\circ+k \cdot 90^\circ \text{ or } / \text{ of } x=15^\circ+k \cdot 180^\circ$ $x \in \{37,5^\circ, -52,5^\circ; 15^\circ, 127,5^\circ\}$	✓ $\cos(x-60^\circ)=\cos(90^\circ-3x)$ ✓ without cos <i>sonder cos</i> ✓ simplification <i>vereenvoudiging</i> ✓ $x = 30^\circ + k \cdot 90^\circ \text{ or } / \text{ of }$ $x = 15^\circ + k \cdot 180^\circ$ ✓ two values <i>twee waardes</i> ✓ two remaining values <i>twee oorblywende waardes</i> (6)
6.3		f: ✓ endpoints / eindpunte ✓ both intercepts <i>beide afsnitte</i> ✓ shape / vorm g: ✓ both intercepts <i>beide afsnitte</i> ✓ shape / vorm (5)
6.4	$x=-30^\circ \text{ or } / \text{ of } x=150^\circ$	✓ both values of x <i>beide waardes van x</i> (1)
6.5	$f(x)=\cos(x-60^\circ+15^\circ)$ $h(x)=\cos(x-45^\circ)$	✓ $h(x)=\cos(x-45^\circ)$ (1)
		[15]

QUESTION 7/VRAAG 7



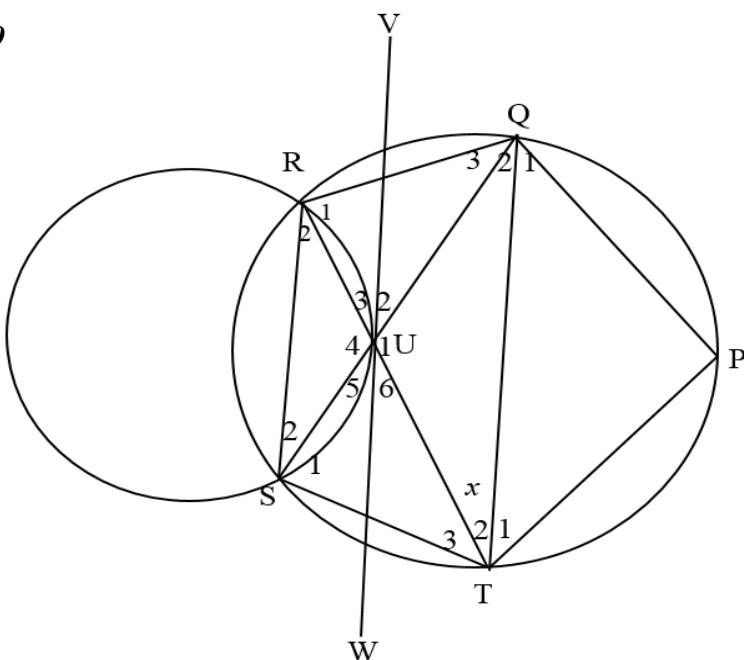
$5^2 = 4^2 + 5^2 - 2(4)(5)\cos A$ $\cos A = \frac{2}{5}$	✓ substitution into cosine rule / vervanging in die cosinusreël ✓ value of $\cos A$ / waarde van $\cos A$
$4^2 = 5^2 + 5^2 - 2(5)(5)\cos B$ $\cos B = \frac{17}{25}$	✓ substitution into cosine rule / vervanging in die cosinusreël ✓ value of $\cos B$ / waarde van $\cos B$
$\cos A - \cos B = \frac{2}{5} - \frac{17}{25}$ $= -\frac{7}{25} \approx -0,28$	✓ value of $\cos A - \cos B$ / waarde van $\cos A - \cos B$
	(5) [5]

QUESTION 8/VRAAG 8



$OM \perp CD$ (line from centre which bisects the chord) <i>(lyn vanaf die middelpunt wat koord halveer)</i>	✓ S/R ✓ S
$AO = OB = OD = 11\text{ cm}$ In ΔOMD : $MD^2 + 7^2 = 11^2$ (Pythagoras theorem/stelling) $MD = 6\sqrt{2}$ $\therefore CD = 12\sqrt{2}$	✓ use of Pythagoras theorem <i>gebruik van Pythagoras - stelling</i> ✓ length of MD/ <i>lengte van MD</i> ✓ length of CD/ <i>lengte van CD</i> (5)
	[5]

QUESTION 9/VRAAG 9



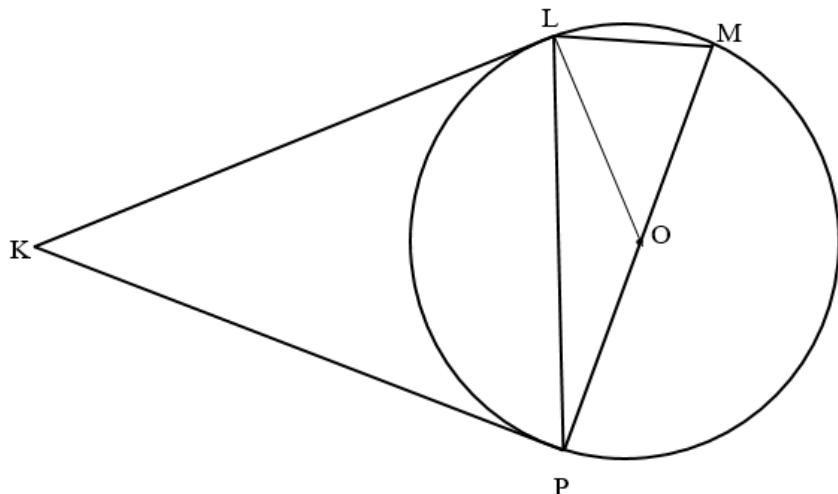
9.1	$\hat{R}_2 = \hat{Q}_2$ ($\angle s$ in the same segment / $\angle e$ in dieselfde segment) $\hat{U}_4 = \hat{U}_1$ (vert. opp. $\angle s$ / regoorst. $\angle e$) $\hat{S}_2 = \hat{T}_2$ ($\angle s$ in the same segment / $\angle e$ in dieselfde segment) $\therefore \Delta RUS \parallel \Delta QUT$ ($\angle \angle \angle$)	✓ S/R ✓ S/R ✓ S/R (3)
9.2	$\hat{S}_2 = \hat{T}_2 = x$ ($\angle s$ in the same seg / $\angle e$ in dieselfde segment) $\hat{U}_3 = \hat{S}_2 = x$ (tan-chord theorem / raaklyn-koord stelling) $\hat{U}_6 = \hat{U}_3 = x$ (vertically opp. $\angle s$ / regoorst. $\angle e$)	✓ S/R ✓ S ✓ R ✓ S/R (4)
9.3.1	$\hat{R}_1 + x + 90^\circ - x = 180^\circ$ (sum of $\angle s$ of Δ / som van die $\angle e$ van Δ) $\therefore \hat{R}_1 = 90^\circ$ QT is a diameter (QT subtends a right angle) QT is 'n middellyn (QT onderspan 'n reghoek)	✓ S ✓ value of \hat{R}_1 / waarde van \hat{R}_1 ✓ QT is a diameter/ is 'n middellyn ✓ R (4)
9.3.2	$\hat{P} = 90^\circ$ (\angle in the semicircle / \angle in 'n semisirkel) OR / OF $\hat{P} + 90^\circ = 180^\circ$ (opp. $\angle s$ of a cyclic quad / teenoorst. $\angle e$ van 'n koordevierhoek) $\therefore \hat{P} = 90^\circ$	✓ S ✓ R (2)

9.4.1	$\hat{Q}_2 = \hat{T}_2 = x$ (\angle s opp. equal sides / \angle e teenoor gelyke sye) $\therefore \hat{Q}_2 = \hat{S}_2$ $\therefore RS \parallel QT$ (Alt. \angle s are equal / Verw. \angle e is gelyk)	\checkmark S/R \checkmark R (2)
9.4.2	$\hat{U}_2 = \hat{Q}_2 = x$ VW is a tangent to circle passing through QUT (Converse of tan-chord theorem) VW is 'n raaklyn aan die sirkel wat deur QUT gaan (Omgekeerde van die raaklyn – koord stelling)	\checkmark S \checkmark R (2)
		[17]

QUESTION 10/VRAAG 10

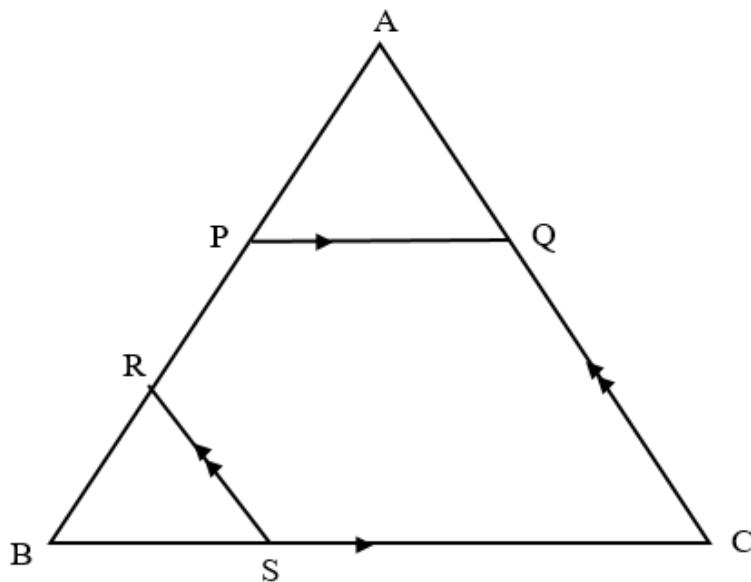
10.1		
	<p>Construction: Draw diameter GOE. Join EH <i>Konstruksie: Trek middellyn GOE. Verbind EH</i></p>	✓ construction / <i>konstruksie</i>
	<p>Proof/Bewys:</p> $\hat{G}_1 + \hat{G}_2 = 90^\circ \text{ (tangent } \perp \text{ diameter) /}$ $(\text{raaklyn } \perp \text{ radius})$ $\hat{EHG} = 90^\circ \quad (\angle \text{in the semi circle}) /$ $(\angle \text{ in semi - sirkel})$ $\hat{G}_2 + \hat{E} = 90^\circ \quad (\text{sum of } \angle \text{s of } \Delta) /$ $(\text{som van die } \angle \text{e van 'n } \Delta)$ $\therefore \hat{G}_1 + \hat{G}_2 = \hat{G}_2 + \hat{E}$ $\therefore \hat{G}_1 = \hat{E}$ <p>But/Maar: $\hat{E} = \hat{F}$ (\angles in the same segment)/ $(\angle e \text{ in dieselfde segment})$</p> $\therefore \hat{DGH} = \hat{F}$	✓ S/R ✓ S/R ✓ S ✓ S/R
		(5)

10.2



10.2.1	Kite / <i>Vlieër</i>	✓ answer / <i>antwoord</i> (1)
10.2.2	$\hat{KLO} = 90^\circ$ (tan \perp rad.) / (raaklyn \perp radius) $\hat{KPO} = 90^\circ$ (tan \perp rad.) / (raaklyn \perp radius) $\hat{MLP} = 90^\circ$ (\angle s in the semi circle) / (\angle e in 'n semi-sirkel)	✓ S ✓ R ✓ S ✓ S ✓ R (5)
10.2.3	$\hat{KLO} + \hat{KPO} = 90^\circ + 90^\circ$ $= 180^\circ$ \therefore KLOP is a cyclic quad. (Opp. \angle s are supp.) KLOP is 'n koordevierhoek (Teenoorst. \angle e is suppl.)	✓ S ✓ R (2)
10.2.4	$\hat{K} + \hat{LOP} = 180^\circ$ (Opp. \angle s of cyclic quad.) But $\hat{M} = 67^\circ$ (\angle s opp. equal sides) $\therefore \hat{LOP} = 67^\circ + 67^\circ$ (Ext. \angle of Δ) $= 134^\circ$ $\therefore \hat{K} + 134^\circ = 180^\circ$ $\therefore \hat{K} = 46^\circ$	✓ S ✓ R ✓ S/R ✓ value of \hat{LOP} waarde van \hat{LOP} ✓ value of \hat{K} / waarde van \hat{K}
	OR/OF	OR/OF
	$\hat{M} = 67^\circ$ (\angle s opp. = sides) $\hat{LOM} = 46^\circ$ (\angle s of Δ) $\therefore \hat{K} = 46^\circ$ (ext. \angle of cyclic quad.)	✓ S ✓ R ✓ value of / waarde van \hat{LOM} ✓ value of / waarde van \hat{K} ✓ reason / rede (5)

QUESTION 11/VRAAG 11



$\frac{AP}{PB} = \frac{3}{5} \quad (\text{Prop. theorem; } PQ \parallel BC)$ <p><i>(Verhouding stelling; } PQ \parallel BC)</i></p> $\frac{AP}{PR+BR} = \frac{3}{5}$ $\therefore 5AP = 3PR + 3BR$ $\frac{BR}{RA} = \frac{1}{3} \quad (\text{Prop. theorem; } RS \parallel AC)$ <p><i>(Verhouding stelling; } RS \parallel AC)</i></p> $\frac{AP}{AP+PR} = \frac{1}{3}$ $3BR = AP + PR$ $\therefore 5AP = 3PR + AP + PR$ $4AP = 4PR$ $\therefore AP = PR$	✓ S/R ✓ S ✓ simplification / vereenvoudiging ✓ S/R ✓ S ✓ simplification / vereenvoudiging ✓ substitution / vervanging
	(7) [7]

TOTAL/TOTAAL: 150